

MODELI KVANTITATIVNE ANALIZE ELASTIČNOSTI

Ignjatijević Svetlana ¹

Mihajlović Milan ²

Milojević Ivan ³

Sažetak: U ovom radu su opisani modeli cenovne elastičnosti primenom kvantitativnih pokazatelja. Posmatranjem zavisnosti između elastičnosti tražnje neke robe i ukupnih izdataka potrošača te robe, što se može poistovetiti sa ukupnim prihodima proizvođača koji sam tu robu iznosi na tržište, elastičnost je izražena u funkcionalnom obliku. U skladu sa tim, koeficijenti elastičnosti cena i tražnje su izračunati i analizirani između različitih kategorija proizvoda. Rezultati do kojih smo došli pokazuju da, što je veća cena tih dobara, veći su izdaci kupaca, a time, veći prihodi prodavaca i obratno, niža cena – manji izdaci kupaca, dakle i prihodi prodavaca. Analizirana je i elastičnost ukupnih troškova u odnosu na veličinu ponude robe i pokazano je da se koeficijent elastičnosti prosečnih i ukupnih troškova razlikuje za jedinicu.

Ključne reči: ekonomska elastičnost / kvantitativna analiza / tržišna ekonomija

1 Fakultet za ekonomiju i inženjerski menadžment u Novom Sadu, 21000 Novi Sad,
e-mail: ceca@fimek.edu.rs

2 Univerzitet odbrane, Beograd, Pavla Jurišića Šturma 33, Beograd; e-mail: milan.mih83@gmail.com

3 Univerzitet odbrane, Beograd, Pavla Jurišića Šturma 33, Beograd, e-mail: drimilojevic@gmail.com

UVOD

Elastičnost, u fizičkom smislu, svojstvo je tela da povрати svoj oblik i zapreminu kada na njega prestanu da deluju spoljašnje sile koje su ga deformisale. Pri tome se pretpostavlja da deformacija nije prešla neku granicu, tj. granicu elastičnosti.

U ovom smislu, što se teže deformiše, telo je elastičnije. Tako je čelik elastičniji od olova, za koje se može reći da je gotovo savršeno neelastično. U ekonomiji ovaj termin podrazumeva sposobnost ekonomske veličine da reaguje, više ili manje intenzivno, na promenu neke druge veličine koja je s njom u odnosu međuzavisnosti. Sada je jasno da je smisao elastičnosti u ekonomiji potpuno obrnut od onog u fizici. U fizici je povratak u prethodno stanje bitna karakteristika elastičnog tela. Ono je zato elastičnije, što se jače opire deformaciji. U ekonomiji je elastičnija ona veličina koja se relativno jače promenila.

Zavisnost promene jedne pojave od promene druge jeste predmet ovog rada. Tržište slobodne konkurencije predstavlja osnovu za izučavanje predmeta elastičnosti. Takva tržišna struktura slobodne konkurencije predstavlja stanje u kome, kada se podigne nivo cene tražnja biva promenjena tako da teži nuli ili beskonačnosti. Istraživanje elastičnosti se upravo vezuje za tržište, jer zavisi od stanja na tržištu. Kada se tržišni ambijent tretira monetarnim efektima npr. inflacijom ili deflacijom, onda se elastičnost mora upodobljavati sa efektima koje takav tržišni ambijent formira.

U ovom radu kvantitativno se razmatraju različiti efekti koji se usled promene tržišne strukture prate kao ekonomska elastičnost.

PREGLED LITERATURE

Usled nereverzibilnosti ekonomskih pojava, odnosno njihove reverzibilnosti neki autori posmatraju elastičnost kao mogućnost promene usled delovanja određenih faktora (Bas, Mayer, Thoenig, 2017, str. 14).

Cenovna elastičnost tražnje je važan ekonomski instrument bez kojeg nije moguće donositi bilo kakve značajne poslovne odluke koje se tiču tržišta, tržišnih performansi i tržišnih aktivnosti, imajući u vidu sve oštriju tržišnu konkurenciju. Prema (Anderson et al., 1997), kako bi se predvidelo ponašanje potrošača, ekonomisti koriste dobro definisane

tehnike za procenu osetljivosti potrošača na promene cena. Glavni generator konkurencije je svakako mehanizam postavljanja tržišnih cena, zasnovan na osnovnoj zakonitosti – zakon ponude i tražnje (Božinović, Stojanović, 2011, str. 126).

Cenovna elastičnost tražnje zasniva se na dva osnovna elementa: cene i tražene količine. Dakle, izražava intenzitet reakcije tražnje za nekom robom na promenu cene te robe (Momirović, 2007, 53).

Predmet istraživanja u radu je prikaz matematičkih modela elastičnosti sa ciljem da se ukaže na mogućnost upoređivanja, na primer, tražnje dva ili više proizvoda, koja se iskazuje u različitim sistemima i jedinicama mere.

MATEMATIČKO ODREĐENJE POJMA ELASTIČNOSTI

Merenje ekonomske elastičnosti veličine y u odnosu na veličinu x tako da se u odnos stavlja relativna promena od y odgovarajuće relativne promene od x uzimamo kao polaznu osnovu ili pretpostavku elastičnosti. Tako da se ovaj odnos može nazvati *koeficijentom elastičnosti* u jednoj tački, (point elasticity, elasticity at a point), uz uslov da su obe promene beskonačno male (Trivić, 2010, str. 35; Galetić, 2010, str. 131). U simboličkoj notaciji se navedeno može zapisati na sledeći način:

$$E_{y,x} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\frac{\Delta y}{y}}{\frac{\Delta x}{x}}. \quad (1)$$

U stvari, Δx i Δy su konačne promene od x , odnosno y . Međutim, kaže se da je Δx beskonačno mala promena od x , ako je nula njena granična vrednost, tj. ako $\Delta x \rightarrow 0$. Budući da y , po pretpostavci, zavisi od x i menja se kontinuirano, $\Delta x \rightarrow 0$ povlači za sobom $\Delta y \rightarrow 0$. Prema tome, na desnoj strani gornje relacije zaista imamo količnik beskonačno malih relativnih promena veličine y i x (Atash & Bellehaj, 2017, str. 79; Damnjanović, Đurković & Miljković, 2018, str. 77). Kako je dalje:

$$\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\frac{\Delta y}{y}}{\frac{\Delta x}{x}} = \frac{x}{y} \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{x}{y} \cdot \frac{dy}{dx},$$

proizilazi da je elastičnost

$$E_{y,x} = \frac{x}{y} \cdot \frac{dy}{dx}. \quad (2)$$

Vratimo se sada na izraz (1). Ako je Δx dovoljno malo, tada je:

$$E_{y,x} \approx \frac{\frac{\Delta y}{y}}{\frac{\Delta x}{x}}. \quad (3)$$

Neka je u gornjoj relaciji $\frac{\Delta x}{x} = 1\%$. Tada je:

$$E_{y,x} \approx \frac{\frac{\Delta y}{y}}{\frac{1}{100}} = \frac{\Delta y}{y} \cdot 100, \quad (4)$$

a to je procentualna promena veličine y , koeficijent elastičnosti ima, dakle, vrlo jednostavno značenje. On pokazuje za koliko se procenata približno promeni veličina y , kada x poraste za 1%.

Uz ovu aproksimaciju koeficijenta elastičnosti važno je zapaziti i jedan način izračunavanja tog koeficijenta iz lančanih indeksa. Ako su X i Y lančani indeksi veličine x odnosno y , tada je (Ghoddusi, Roy, 2017, str. 114):

$$E_{y,x} \approx \frac{Y - 100}{X - 100}. \quad (5)$$

Dokaz je jednostavan. Po formuli (3), $E_{y,x}$ je približno jednako $\frac{\Delta y}{y} : \frac{\Delta x}{x}$

što se može pisati i ovako:

$$\frac{y_2 - y_1}{y_1} : \frac{x_2 - x_1}{x_1},$$

a to je dalje jednako:

$$\frac{\frac{y_2}{y_1} - 1}{\frac{x_2}{x_1} - 1} : \frac{\frac{y_2}{y_1} \cdot 100 - 100}{\frac{x_2}{x_1} \cdot 100 - 100} = \frac{Y - 100}{X - 100},$$

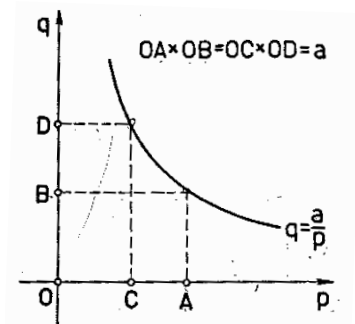
što je trebalo i dokazati.

Ova mera elastičnosti nema dimenzije. Koefficient elastičnosti $E_{y,x}$ je, naime, neimenovani broj, pa ne zavisi od jedinice kojom se mere veličine x i y . Zahvaljujući toj svojoj osobini koefficient elastičnosti ima veliku prednost pred ostalim merama promenljivih ekonomskih veličina. Na osnovu numeričke vrednosti *koefficienta elastičnosti* može se uporediti, na primer, tražnja dva ili više proizvoda, koja se iskazuje u različitim sistemima i jedinicama mere (Andrejeva, Long & Brownell, 2010, str. 2018).

EMPIRIJSKA ANALIZA ELASTIČNOSTI TRAZNJE

Postoji uska zavisnost između elastičnosti tražnje neke robe i ukupnih izdataka potrošača te robe (Božinović & Stojanović, 2011). Ovakva pretpostavka se može identifikovati sa ukupnim prihodima proizvođača koji sam tu robu iznosi na tržište.

U našoj analizi smo uzeli kao predmet istraživanja robu koja ima elastičnu tražnju: automobile, PC računare, krzno, drago kamenje i sl.



Slika br. 1: Elastičnost tražnje (Izvor: Babić & Aljinović, 1996, str. 34)

Kad padne cena ovih roba, rast tražnje biće relativno veći od pada cene, te će se ukupni izdaci potrošača povećati. Međutim, kada cena poraste, ti će se izdaci redukovati. Smer promene ukupnih izdataka i smer kretanja cena su suprotni u slučaju dobra elastične tražnje.

Na drugoj strani analizirali smo robu koja ima neelastičnu tražnju, a bitna je za potrošače (hleb i cigarete). Pad cene ove robe izaziva relativno manji skok tražnje i ukupni izdaci padaju. Suprotno, skok cene prouzrokuje rast ukupnih izdataka. Prema tome, ukupni izdaci kreću se u istom smeru u kom se menja cena dobra neelastične tražnje.

Ovo ćemo kvantitativno prikazati putem sledeće relacije (Duran, & Acikgoz, 2018, str. 561):

$$\frac{d(p \cdot q)}{dp} = q(1 + E_{q,p}), \quad (6)$$

gde je $q = f(p)$ funkcija tražnje, $p \cdot q = p + f(p)$ funkcija ukupnih izdataka potrošača na robu, odnosno ukupnih primanja prodavaca za ovu robu, dok je $\frac{d(p \cdot q)}{dp}$ granična vrednost ovih izdataka. Ova relacija se u

literaturi može naći pod nazivom Amoroso-Robinsonova formula. U našem istraživanju izvodi se na sledeći način (Liao, Wang, 2018, str. 70):

$$\frac{d[p \cdot f(p)]}{dp} = f(p) + p \frac{df(p)}{dp} = f(p) \left[1 + \frac{p}{f(p)} \cdot \frac{df(p)}{dp} \right] = q(1 + E_{q,p}).$$

Ako bi se prikazala u ovom obliku: $\frac{dR}{dq} = p \left(1 + \frac{1}{\eta} \right)$, gde je $R = pq$ i $p = f(q)$, dakle cena p je funkcija količine q (pa se grafički prikazuje tako, da se q nanosi na apscisu, a p na ordinatu), dok je $\eta = E_{q,p}$ (Soderbery, 2018, str. 58).

Izvod se utvrđuje isto kao i napred:

$$\frac{dR}{dq} = \frac{d[q \cdot f(q)]}{dq} = f(q) + q \frac{df(q)}{dq} = q \left[1 + \frac{p}{q} \cdot \frac{dp}{dq} \right] = p \left(1 + \frac{1}{\eta} \right).$$

Iz relacije (6) sledi da je:

a) $\frac{d(p \cdot q)}{dq} = 0$, ako je $E_{q,p} = -1$, to znači da je $pq = a = \text{const.}$, ili $q = \frac{a}{p}$, a

to je kriva konstantnih izdataka, (slika 1). Prema tome, ukupni izdaci pq su konstantni, kada je koeficijent elastičnosti $E_{q,p} = -1$ (Wang, & Ogawa, 2018, str. 230).

b) $\frac{d(p \cdot q)}{dq} < 0$, ako je $E_{q,p} < 0$ i $|E_{q,p}| > 1$.

Tada funkcija ukupnih izdataka pq opada, kada p raste i obrnuto, i

c) $\frac{d(p \cdot q)}{dq} > 0$, ako je $E_{q,p} < 0$ i $|E_{q,p}| < 1$.

U ovom slučaju, funkcija ukupnih izdataka pq raste sa cenom p i obrnuto.

Tabela 1. Koeficijenti elastičnosti potrošnje u Republici Srbiji 2017. godine

Roba	Koeficijent elastičnosti
Automobili	1,6
Bela tehnika	0,6
Krzna	2,4
Drago kamenje	2,5
PC računari (desktop i laptop)	1,3
Mobilni telefoni	0,9
Uređaji za hlađenje (klima uređaji)	1,1
Sportska oprema	1,3

Izvor: Istraživanje autora

Ovo istraživanje pokazuje da postoji suprotnost, sukob interesa između prodavaca i kupaca oko dobara neelastične tražnje. Što je veća cena tih dobara, veći su izdaci kupaca, a time, veći prihodi prodavaca i obatno, niža cena – manji izdaci kupaca, dakle i prihodi prodavaca (Jovanović, Milenković & Damnjanović, 2017, str. 75).

EMPIRIJSKA ANALIZA ELASTIČNOSTI TROŠKOVA

Elastičnost ukupnih troškova T u odnosu na veličinu ponude robe Q definiše se na način (Drenovak, 1996, str. 56; Kožul, 2017, str. 63):

$$E_{T,Q} = \frac{T}{Q} \cdot \frac{dT}{dQ} = \frac{\frac{dT}{dQ}}{\frac{T}{Q}},$$

dakle, odnos graničnih (marginalnih) troškova $\frac{dT}{dQ}$ i prosečnih troškova

$\frac{T}{Q}$. Granični troškovi jednaki su graničnoj vrednosti $\lim_{\Delta Q \rightarrow 0} \frac{\Delta T}{\Delta Q}$ količnika

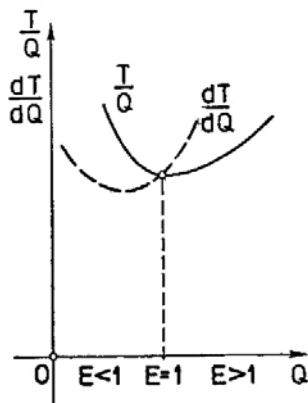
sta troškova ΔT i prirasta količine ponude robe ΔQ , kad ΔQ teži nuli, ili može se reći da su granični troškovi na nekom nivou ponude robe jednaki promeni ukupnih troškova koja rezultira iz vrlo malog povećanja proizvodnje, polazeći od toga nivoa.

Iz ove definicije elastičnosti proizilaze sledeći zaključci (Duran & Acikgoz, 2018; Meta, 2015):

1. Kada je $E < 1$, granični troškovi manji su od prosečnih. U tom slučaju prosečni troškovi opadaju sa rastom proizvodnje. U stvari, iz relacije $\frac{dT}{dQ} < \frac{T}{Q}$, sledi $TdT < QdQ$.

Međutim, tada je i $TQ + QdT < TQ + TdQ$, što se može pisati i ovako: $Q(T + dT) < T(Q + dQ)$. Ako se ovakva nejednačina podeli sa $Q(Q + dQ)$,

dobija se $\frac{T + dT}{Q + dQ} < \frac{T}{Q}$.



Slika br. 2. *Elastičnost troškova ponude (Izvor: Drenovak, 1999, str. 75)*

Na levoj strani znaka nejednakosti su prosečni troškovi posle rasta proizvodnje sa Q na $Q + dQ$. Oni su, prema toj zadnjoj relaciji, manji od prosečnih troškova proizvodnje Q . Prema tome, prosečni troškovi su opali.

2. Kada je $E > 1$, granični troškovi su veći od prosečnih. U tom slučaju, prosečni troškovi rastu sa proizvodnjom.

3. Kada je $E = 1$, granični troškovi su jednaki prosečnim. Tada mali rast proizvodnje izaziva proporcionalni rast ukupnih troškova. Prosečni troškovi su najmanji. Sva tri slučaja su prikazani na slici 2.

Analogno elastičnosti ukupnih troškova definiše se elastičnost prosečnih troškova. Te dve elastičnosti su povezane sa sledećom relacijom:

$$E_{\frac{T}{Q}, Q} = E_{T, Q} - 1,$$

koja pokazuje, da se koeficijent elastičnosti prosečnih i ukupnih troškova razlikuje za jedinicu. Kvantitativni dokaz se može predstaviti na sledeći način:

$$E_{\frac{T}{Q}, Q} = \frac{Q}{\frac{T}{Q}} \cdot \frac{d}{dQ} \left(\frac{T}{Q} \right) = \frac{Q^2}{T} \cdot \frac{\left(Q \frac{dT}{dQ} - T \right)}{Q^2} = E_{T, Q} - 1.$$

Iz ove relacije proizlaze isti zaključci o kretanju prosečnih troškova koji su navedeni.

Između realnih ekonomskih veličina, doduše, uvek postoji neki stepen korelacije u vezi sa čime se može govoriti o stvarnom, efektivnom delovanju, što u svakom posebnom slučaju treba istražiti (Bogdanović & Hadžić, 2018; Ivović, 1999, str. 110). Sada je jasno, da je smisao elastičnosti u ekonomiji usmeren na ispitivanje opiranja deformacijama koje deluju na ekonomsku pojavu koja se posmatra.

Kada neki proizvod ima elastičnu tražnju, povećanje drugih ekonomskih veličina ima sasvim suprotni učinak. Na primer, ako je $E_{T,Q} < 1$, tada je

$$E_{\frac{T}{Q},Q} < 0.$$

To znači da je elastičnost prosečnih troškova u odnosu na ponudu negativna, što znači da ti troškovi opadaju kada raste ponuda.

ZAKLJUČAK

U radu je analizirana cenovna elastičnost ponude i tražnje sa aspekta osnovnih parametara koji utiču na ovaj indikator. Ovo istraživanje pokazuje da postoji suprotnost sukoba interesa između prodavaca i kupaca oko dobara neelastične tražnje. Ova suprotnost se ispoljava u činjenici da što je veća cena tih dobara, veći su izdaci kupaca, a time veći prihodi prodavaca i obatno, niža cena – manji izdaci kupaca, dakle i prihodi prodavaca.

Istraživanje pokazuje da elastičnost ponude zavisi od toga koliko rast ili pad proizvodnje pojedinačnog proizvođača izaziva rast ili pad u njegovom graničnom trošku, dok na agregatnom nivou zavisi od rasta ili pada broja preduzeća u određenoj privrednoj grani.

Veoma neelastična ponuda se javlja kod onih preduzeća koja proizvodnju ostvaruju u svom maksimalnom kapacitetu, tako da rast proizvodnje uzrokuje veliki rast graničnog troška, dok se na agregatnom nivou ispoljava kao nepromenljivost broja preduzeća u određenoj privrednoj grani.

Suprotno od toga veoma elastična ponuda je u slučaju da preduzeća imaju obim proizvodnje kod koga su minimalni prosečni troškovi jednaki ceni, tako da mali rast ili pad cena izaziva značajno povećanje odnosno smanjenje ponude.

Takođe, rezultati merenja elastičnosti troškova ponude ukazuju da je na većini tržišta ponuda elastičnija na dugi rok, nego na kratki rok.

LITERATURA

1. Anderson, P. L., McLellan, R. D., Overton, J. P., Wolfram, G. L. (1997). *Price elasticity of demand*. MacKinac Center for Public Policy. Accessed October, 13, 2010. Available at: <https://www.mackinac.org/1247>
2. Andreyeva, T., Long, M.W., Brownell, K.D. (2010). The Impact of Food Prices on Consumption: A Systematic Review of Research on the Price Elasticity of Demand for Food. *American Journal of Public Health*, 100(2), 216-222
3. Atash, A. A., & Bellehaj, S. H. (2017). General integral formulas involving Hubert hypergeometric functions of two variables. *Mathematica Moravica*, 21(2), 75-84.
4. Babić Z., Aljinović Z. (1996). *Ekonomska matematika*, Split, Ekonomski fakultet
5. Bas, M., Mayer, T., Thoenig, M. (2017). From micro to macro: Demand, supply, and heterogeneity in the trade elasticity. *Journal of International Economics*, 108(9), 1-19.
6. Bogdanović, S., & Hadžić, M. (2018). Podsticanje izvoza poljoprivrednih proizvoda viših faza prerade. *Ekonomija: teorija i praksa*, 11(1), 35-50.
7. Božinović, M., Stojanović, V. (2011). Mathematical models of monopolistic competition: Theoretical principles and applications. *Facta universitatis - series: Economics and Organization*, 8(2), 121-129
8. Damnjanović R., Đurković V., Miljković M. (2018). Određeni integral u ekonomskim funkcijama. *Oditor - časopis za Menadžment, finansije i pravo*, 4(3), 71-81.
9. Drenovak M. (1999). *Privredna i finansijska matematika*, Modeli i algoritmi, Kragujevac.
10. Duran, U., & Acikgoz, M. (2018). Apostol type (p, q) : Frobenius-Euler polynomials and numbers. *Journal of Mathematics*, 42(4), 555-567.
11. Galetić, F. (2010). Elastičnost potražnje i ponude, Zagreb, Ekonomski fakultet
12. Ghoddusi, H., Roy, M. (2017). Supply elasticity matters for the rebound effect and its impact on policy comparisons. *Energy Economics*, 67(9), 111-120
13. Ivoić M. (1999). *Finansijska matematika u neinflacionim i inflacionim uslovima*, Beograd.
14. Jovanović, D., Milenković, N., & Damnjanović, R. (2017). Ocenjivanje i predviđanje potreba potrošača. *Oditor - časopis za Menadžment, finansije i pravo*, 3(1), 70-79.

15. Kožul, N. (2017). Tržišna cena rizika. *Bankarstvo*, 46(1), 58-67.
16. Liao, J., Wang, W. (2018). Income elasticity and international income differences. *Economics Letters*, 169(8), 68-71
17. Meta, M. (2015). Problem of conditioned optimization in the neoclassical theory of the firm. *Ekonomija: teorija i praksa*, 8(2), 47-64.
18. Momirović, D. (2007). Elastičnosti tražnje poljoprivrednih proizvoda. *Ekonomika*, 53(5-6), 49-55.
19. Momirović, D. M. (2007). Uticaj koeficijenata elastičnosti tražnje na cene poljoprivredno-prehrambenih proizvoda. *Ekonomika poljoprivrede*, 54(4), 429-439.
20. Soderbery, A. (2018). Trade elasticities, heterogeneity, and optimal tariffs. *Journal of International Economics*, 114(4), 44-62
21. Trivić, N. (2010). Modeliranje monopolske moći preduzeća. *Anali Ekonomskog fakulteta u Subotici*, (24), 33-42.
22. Wang, W., Ogawa, H. (2018). Objectives of governments in tax competition: Role of capital supply elasticity. *International Review of Economics & Finance*, 54(3), 222-231

MODELS OF QUANTITATIVE ANALYSIS OF ELASTICITY

Ignjatijević Svetlana

Mihajlović Milan

Milojević Ivan

Abstract: This paper describes models of price elasticity using quantitative indicators. By observing the interdependence between the elasticity of the demand for some goods and the total consumption expenditure for this commodity, which can be equated with the total income of producers who place those goods on the market, the elasticity can be expressed as a function. Accordingly, the elasticities of prices and demand have been calculated and analyzed for different product categories. The obtained results indicate that the higher the price of these goods, the higher the costs of customers, and thus the higher the sales revenue. On the other hand, the lower the price - the

lower the expenses of customers, and therefore- the lower the income of sellers. The elasticity of total costs in relation to the supply of goods was also analyzed and it has been shown that the coefficients of elasticity for average and total costs differ from one another by one.

Key words: *economic elasticity / quantitative analysis / market economy.*